

Multiplexage par moment angulaire orbital : mythe ou réalité ?

Le 24 juin 2011, à 21h38, un chercheur suédois, Bo Thidé – du Swedish Institute of Space physics à Uppsala – et un chercheur italien, Fabrizio Tamburini – de l'Université de Padoue – ont réalisé à Venise (figure 1) une expérience qui a connu un grand retentissement médiatique, consistant à transmettre et à discriminer deux signaux radio portés par la même fréquence de 2 414 MHz (correspondant approximativement au canal 1 du Wi-Fi), mais par deux ondes radio différentes, l'une de moment angulaire 0, issue d'une antenne YAGI classique, l'autre de moment angulaire 1 créée par une antenne de forme parabolico-hélicoïdale (figures 2).



Figure 1 : Expérience de Venise.



Figure 2 : Antenne « twistée ».

1 000 personnes assistaient à cette expérience réalisée sur la distance de 442 m séparant la tour de l'île Saint-Georges d'un balcon du Palais des Doges. La présence de la Princesse Elettra Marconi, fille de Guglielmo

Marconi, donnait encore plus d'éclat à cette démonstration. Le professeur Tamburini n'hésitait pas à avancer que la démonstration ainsi faite de la possibilité, jusqu'alors négligée, d'utiliser le moment angulaire orbital du champ électromagnétique pour multiplexer des signaux radio, ouvrait la voie à de nouvelles formes de transmission à très haut débit, en contournant le problème de la limitation des fréquences disponibles et en offrant de nouvelles perspectives d'applications dans les domaines des télécommunications, de l'astronomie et de la médecine.

Retour sur le moment angulaire

Pour comprendre la portée réelle de cette expérimentation, il faut tout d'abord se remettre en mémoire la notion de moment orbital angulaire.

En mécanique classique, on sait qu'un corps supposé petit de masse \mathbf{m} et de vitesse $\mathbf{\vec{v}}$ est doté d'une quantité de mouvement $\mathbf{\vec{p}} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{\vec{v}}$. On peut également lui associer un moment cinétique – ou moment angulaire – qui, dans un repère donné et en supposant le point décrit par le vecteur de position $\mathbf{\vec{r}}$, s'écrit $\mathbf{\vec{j}} = \mathbf{\vec{r}} \wedge \mathbf{\vec{p}}$ où \wedge désigne le produit vectoriel. Quantité de mouvement et moment angulaire sont deux grandeurs vectorielles qui, dans un système isolé, se conservent et sont directement associées l'une à l'énergie de translation, l'autre à l'énergie de rotation.

On sait que le moment angulaire $\mathbf{\vec{j}}$ d'un système, dans un repère approprié, peut être divisé en deux composantes : le moment cinétique propre calculé par rapport à son centre d'inertie et le moment cinétique du centre d'inertie affecté de la masse totale. L'illustration classique est celle des planètes qui tournent sur elles-mêmes tout en tournant autour du soleil et celle du gyroscope animé d'un mouvement de rotation et d'un mouvement de précession.

Ces notions se retrouvent en électromagnétisme, même si elles sont moins intuitives. Pour une particule de masse \mathbf{m} ayant un vecteur de position $\mathbf{\vec{r}}$ et se déplaçant à la vitesse $\mathbf{\vec{v}}$ dans un champ $\mathbf{\vec{E}}, \mathbf{\vec{B}}$ on peut définir un moment linéaire $\mathbf{\vec{P}}$ et un moment angulaire $\mathbf{\vec{J}}$ avec $\mathbf{\vec{J}} = \mathbf{\vec{r}} \wedge \mathbf{\vec{P}}$. Le moment angulaire $\mathbf{\vec{J}}$ peut s'écrire comme une somme $\mathbf{\vec{J}} = \mathbf{\vec{S}} + \mathbf{\vec{L}}$ où $\mathbf{\vec{S}}$ est, en représentation quantique, le moment cinétique intrinsèque (ou de spin) et $\mathbf{\vec{L}}$ le moment cinétique (ou angulaire) orbital. On notera toutefois que le moment linéaire comporte en électromagnétique deux termes : $\mathbf{\vec{P}} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{\vec{v}} + q \cdot \mathbf{\vec{A}}$ ou $\mathbf{\vec{A}}$ est le potentiel vecteur dont dérive $\mathbf{\vec{B}}$ selon la formule $\mathbf{\vec{B}} = \mathbf{rot} \mathbf{\vec{A}}$.

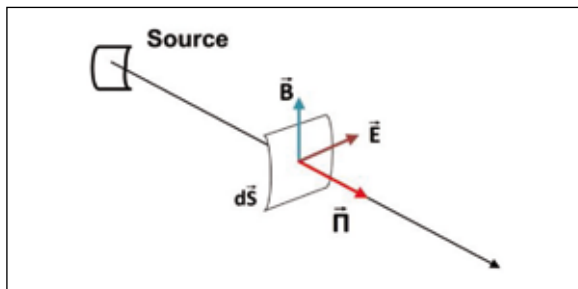


Figure 3 : Vecteur de Poynting.

Lorsque l'on traite d'ondes électromagnétiques et donc de photons, l'analogie avec la mécanique doit cependant être manipulée avec précaution : la masse du photon est nulle et on ne peut évoquer un photon tournant sur lui-même pour expliquer le spin compte tenu de la limite que constitue la vitesse de la lumière. Si l'on adopte les notations classiques de l'électromagnétique, on est conduit à considérer (dans le vide) le vecteur de

Poynting de la figure 2, $\vec{\pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B}$, formule dans

laquelle μ_0 est la perméabilité électromagnétique du

vide, avec $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot c^2}$ ϵ_0 étant la permittivité du vide et c la vitesse de la lumière.

Le vecteur de Poynting pointe dans la direction de propagation de l'onde électromagnétique. Son module caractérise la densité de puissance véhiculée par cette onde. Il s'agit donc d'une puissance par unité de surface, représentative d'un flux d'énergie, la puissance électromagnétique totale traversant une surface \mathbf{c} pouvant s'écrire $\mathbf{P}_z = \int_z \vec{\pi} \cdot d\vec{S}$.

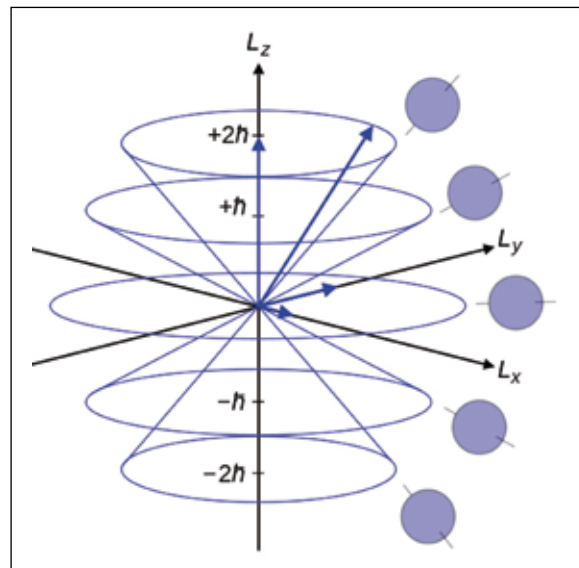
En utilisant le théorème de la divergence (Green-Ostrogradsky), on montre que le moment linéaire attaché à un volume \mathbf{V} peut s'exprimer par la formule :

$$\vec{P} = \frac{1}{c^2} \int_V d^3r \cdot \vec{\pi}$$

Quant au moment angulaire total, il se calcule par intégration sur tout le volume des moments élémentaires

$$\vec{r} \wedge \vec{P} \text{ soit : } \mathbf{J} = \frac{1}{c^2} \int_V d^3r \cdot [\vec{r} \wedge \vec{\pi}]$$

Des calculs complexes permettent de décomposer \mathbf{J} en la somme du moment intrinsèque \vec{S} et du moment orbital \vec{L} .

Figure 4 : Représentation des états propres du moment angulaire orbital l (Source : Wikipedia)..

En approche quantique, les moments \vec{S} et \vec{L} sont des opérateurs vecteurs qui sont quantifiés. Le moment intrinsèque du photon (particule de spin 1) peut prendre deux états propres qui correspondent aux deux états de la polarisation circulaire. Le moment angulaire orbital du photon comporte par contre une infinité d'états propres de valeurs $\pm l \cdot \hbar$ où l est un entier non nul et \hbar la constante de Planck réduite sur 2π . Le nombre l est un coefficient, parfois appelé « charge topologique » qui caractérise la « vorticité » de l'onde. Le moment angulaire orbital n'apparaît que lorsque l'onde est perturbée et que le vecteur de Poynting qui indique sa direction possède une composante azimutale produisant un moment angulaire orbital. La figure 4 illustre de façon imagée ce phénomène. Si le coefficient l est égal à zéro, aucun moment angulaire n'apparaît et aucune singularité de phase n'est discernable.

Application au cas de l'optique

L'existence d'un moment angulaire dans les ondes électromagnétiques a été avancée dès 1909 par Poynting, c'est-à-dire avant que ne soit élaborée la théorie du spin introduite par Pauli en 1924. Cependant, il a fallu attendre 1992 (Allen et al.) pour que soit démontré expérimentalement que des faisceaux de lumière possédaient un moment angulaire orbital indépendant de leur polarisation. Pour cela des faisceaux laser de type Laguerre-Gauss ont été utilisés. Un faisceau laser Laguerre-Gauss est une solution des équations de Maxwell à symétrie cylindrique porteuse d'un moment orbital.

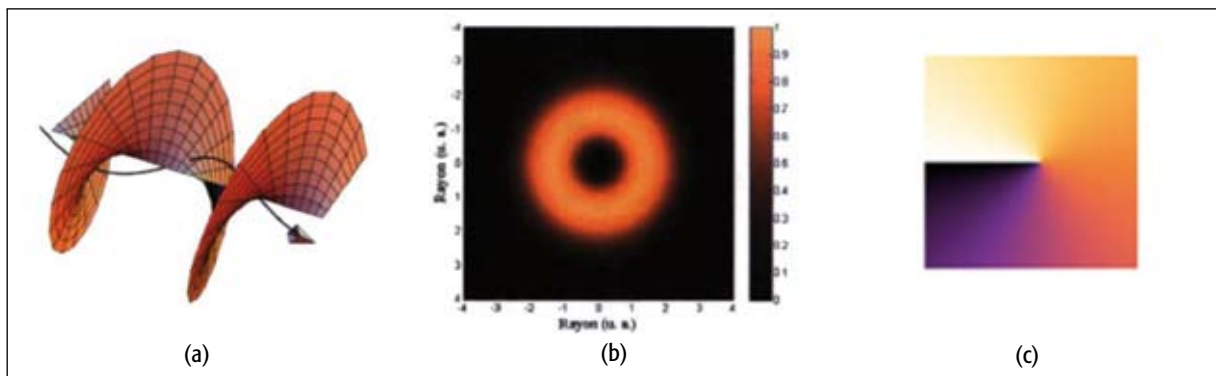


Figure 5 : Analyse du front de phase d'un faisceau lumineux à moment angulaire de coefficient 1.
 (a) : propagation du front d'onde - (b) : répartition de l'intensité transversalement au front d'onde -
 (c) : répartition de la phase transversalement au front d'onde.

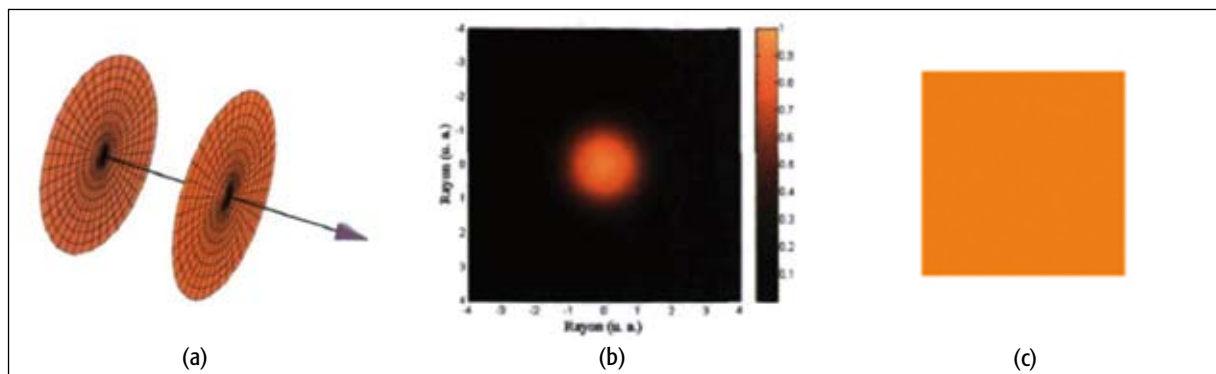


Figure 6 : Analyse du front de phase d'un faisceau lumineux sans moment angulaire.

La figure 5 (a) représente l'évolution du front de phase dans le cas d'un moment angulaire $\ell = 1$. On y voit la « vorticité » que l'on retrouve dans l'expérience de Venise. La figure 5 (b) donne la répartition transversale de l'intensité du faisceau, avec apparition d'un « puits d'intensité » au centre du diagramme qui est un point singulier caractéristique d'un vortex. Quant à la figure 5 (c), elle donne la répartition de la phase optique dans une section transversale (en fausse couleur), allant de 0 à 2π , s'agissant d'un faisceau de charge topologique de 1.

La figure 6 donne les mêmes éléments mais dans le cas d'un faisceau sans moment angulaire ($\ell = 0$) et à polarisation circulaire.

Ces propriétés des faisceaux lumineux ont été étudiés en détail dans le cas des lasers et ont donné lieu à diverses applications telles que le piégeage d'atomes et de particules, en microscopie et optique non linéaire.

Retour sur l'expérience de Venise

Le grand mérite de l'expérience de Venise est d'avoir étendu au domaine des ondes radio les acquis des expériences faites depuis 1992 dans le domaine des ondes

lumineuses. On conçoit intuitivement que l'antenne parabolico-hélicoïdale puisse former l'onde radio en donnant au front de phase l'allure hélicoïdale de la figure 4(a) que la presse a comparé à des pâtes fusilli. Il convenait cependant de le vérifier. A la réception, sur un balcon du Palais des Doges, deux antennes YAGI classiques, l'une fixe, l'autre mobile dans un plan perpendiculaire à la propagation, permettait d'analyser le faisceau reçu de l'antenne twistée. La figure 7 montre la répartition de l'intensité reçue perpendiculairement au faisceau, selon modélisation et dans la réalité. On y retrouve le point singulier central caractéristique d'un vortex.

Par ailleurs les faisceaux en provenance des antennes émettrices transportant des images différentes, l'une une simple mire, l'autre une image de la lagune, il a été possible de les différencier de façon spectaculaire, sous les applaudissements de la foule.

Quelles conséquences ?

Cette très belle expérience est-elle de nature à révolutionner les radiocommunications comme jadis les expériences de Marconi ? Sans doute pas. L'expérience

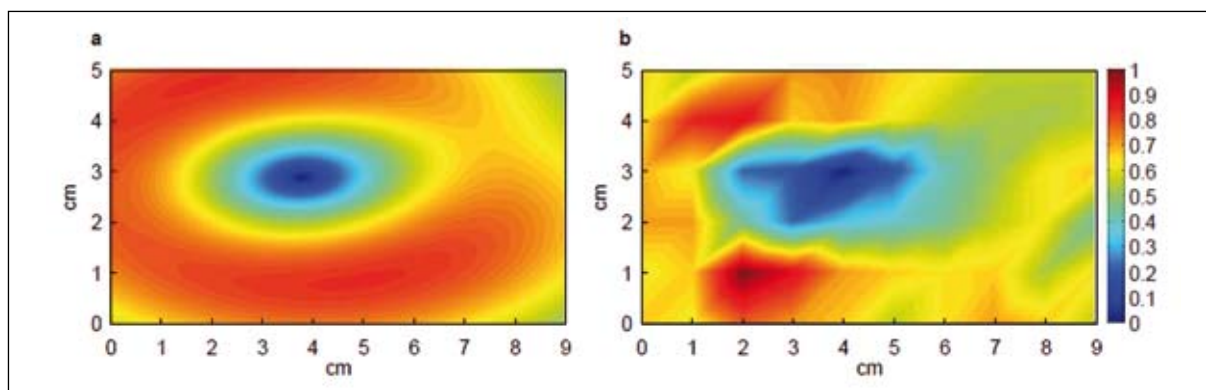


Figure 7 : répartition de l'intensité lumineuse de l'onde radio en provenance de l'antenne hélicoïdale. A gauche, selon modèle, à droite, telle qu'observée.

a été faite avec des émetteurs relativement puissants (2 W), en vision directe et à 442 m. Seuls deux modes de propagation ont été discriminés et au prix de réglages délicats.

Le premier problème est que les modes secondaires dans le développement du moment orbital sont de plus en plus proches et deviennent rapidement indiscernables en réception dès qu'il y a un peu de bruit. Avec un bruit nul, on aurait certes une capacité de transmission infinie mais si on avait un bruit nul, ce qui est impossible, un lien classique aurait lui aussi une capacité infinie. L'extension de l'expérience de Venise à plus de deux signaux radios est donc une opération délicate et il ne faut donc pas compter sur le moment angulaire pour aller au-delà du débit maximum résultant du théorème de Shannon-Hartley dans un canal bruité !

L'autre inconvénient est la nécessité d'avoir des transmissions point à point en visibilité directe avec des antennes très directives. Le multiplexage par moment angulaire orbital ne peut donc être utilisé que pour du "backhauling" sans fil (relier deux stations de base) et non pour du cellulaire classique. En effet, dès qu'il y a une réflexion de l'onde, tout se mélange et on ne peut plus séparer les modes.

Par ailleurs, la question s'est posée de savoir si la création d'un moment angulaire orbital dans les faisceaux radio était fondamentalement différente des techniques de beamforming utilisées en MIMO (transmission à antennes multiples). On peut en effet comprendre que l'antenne parabolico-hélicoïdale puisse être comparée à un réseau d'antennes élémentaires, chacune transmettant avec un écart de phase par rapport à la précédente. Et effectivement, une étude de deux chercheurs de l'université de Lund en suède, Ove Edfors et Anders Johansson, a récemment montré que les radiocommunications

utilisant le moment angulaire orbital s'identifiaient à sous-ensemble des transmissions MIMO.

Au-delà de la très belle expérience réalisée, il demeure que l'approche par moment angulaire peut trouver des applications dans des milieux où les inconvénients précités ne se présentent pas et en particulier dans les fibres optiques. ■

JPH - GK - ML